La cigale et la Fourmi font des maths !
La fuite de la Cigale.

Année 2013 - 2014

Noms et Prénoms des élèves, niveaux : **Elèves de 4ème et 3ème**
Killian TOUFFET, Sarah RACON, Vénétia HUREL, Yohan GUIOSE, Angel CESPEDES, Alexandre DURIEUX et Adrien BENTHAMI

Établissements : **Collège Robert Buron à NANDY et collège La Pyramide à LIEUSAINT.**

Enseignants : **Mme Céline ENDERLIN, Mme Sylvie GUHEL et M. CAMPESTRINI.**

Chercheuse avec université : **Mme Juliette BAVARD, IMJ Paris VI.**

Présentation du sujet :

Nous prenons comme point de départ la fable de Jean de La Fontaine, *La Cigale et la Fourmi*. Que s'est-il passé après cette célèbre dispute ?

La Cigale décide de fuir le plus loin possible de la Fourmi. On suppose ici que ces deux animaux vivent sur une feuille de papier (recto-verso).

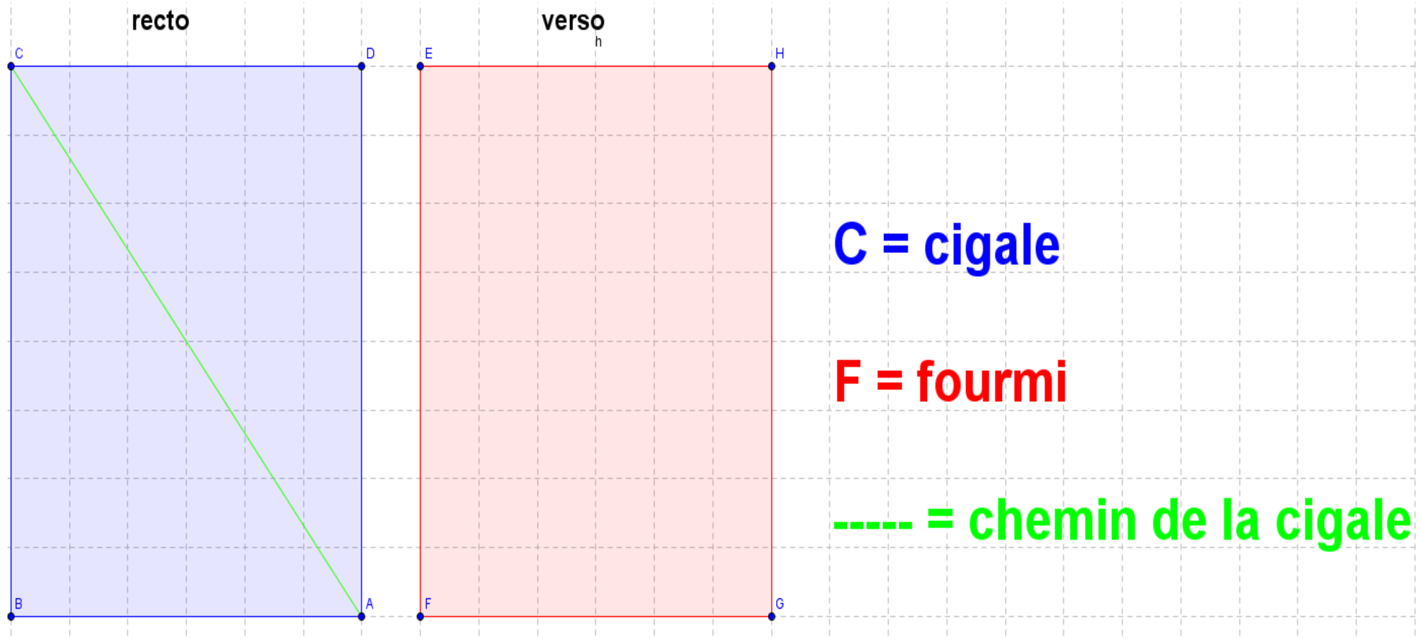
Où la Cigale doit-elle se placer pour être le plus loin possible de la Fourmi (sachant que si elle arrive sur un bord de la feuille, elle peut continuer de marcher en passant de l'autre côté de la feuille)?

Résultats et conjectures :

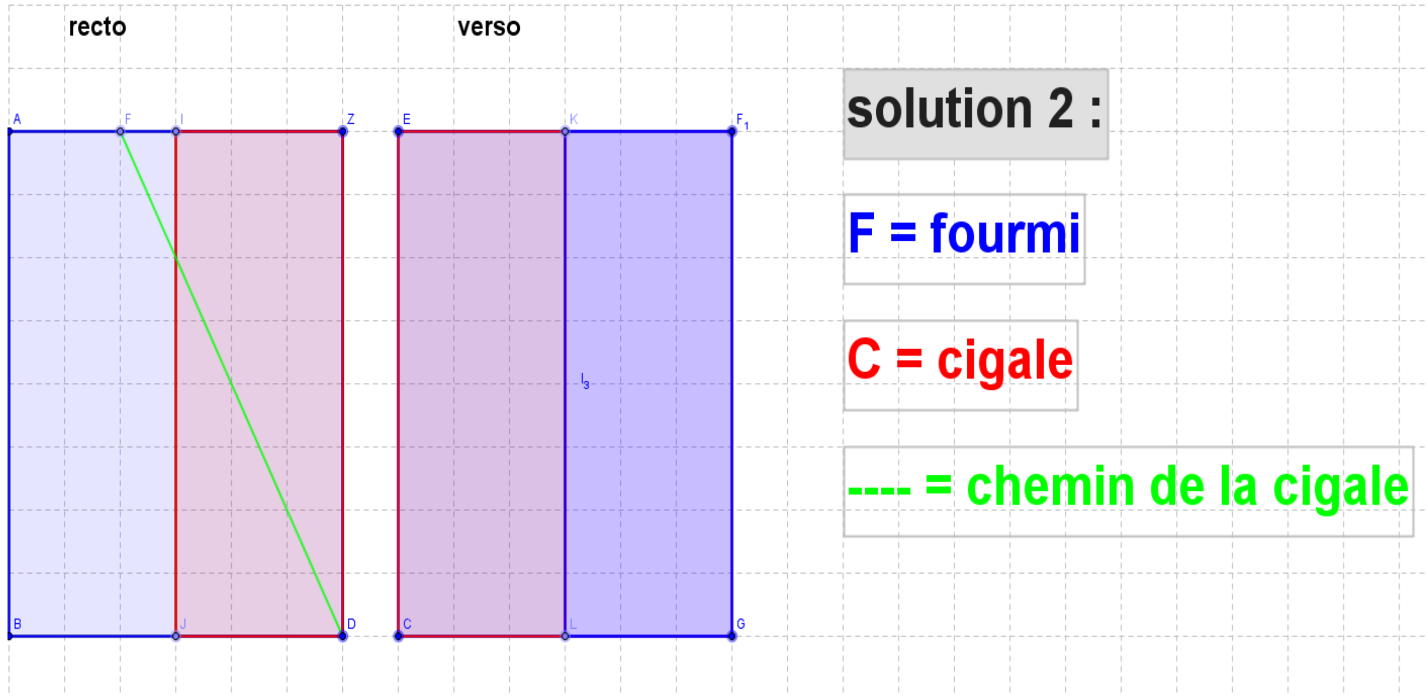
Pour nous aider à comprendre le sujet, nous avons utilisé des feuilles et le logiciel de géométrie GeoGebra pour trouver la position de la Cigale. Les essais « papier » nous ont permis de mieux appréhender ce problème. Le logiciel nous a permis de vérifier si nos premières suppositions étaient justes et d'obtenir une méthode générale.

Nos recherches à l'aide de feuilles de papier et de feuilles transparentes :

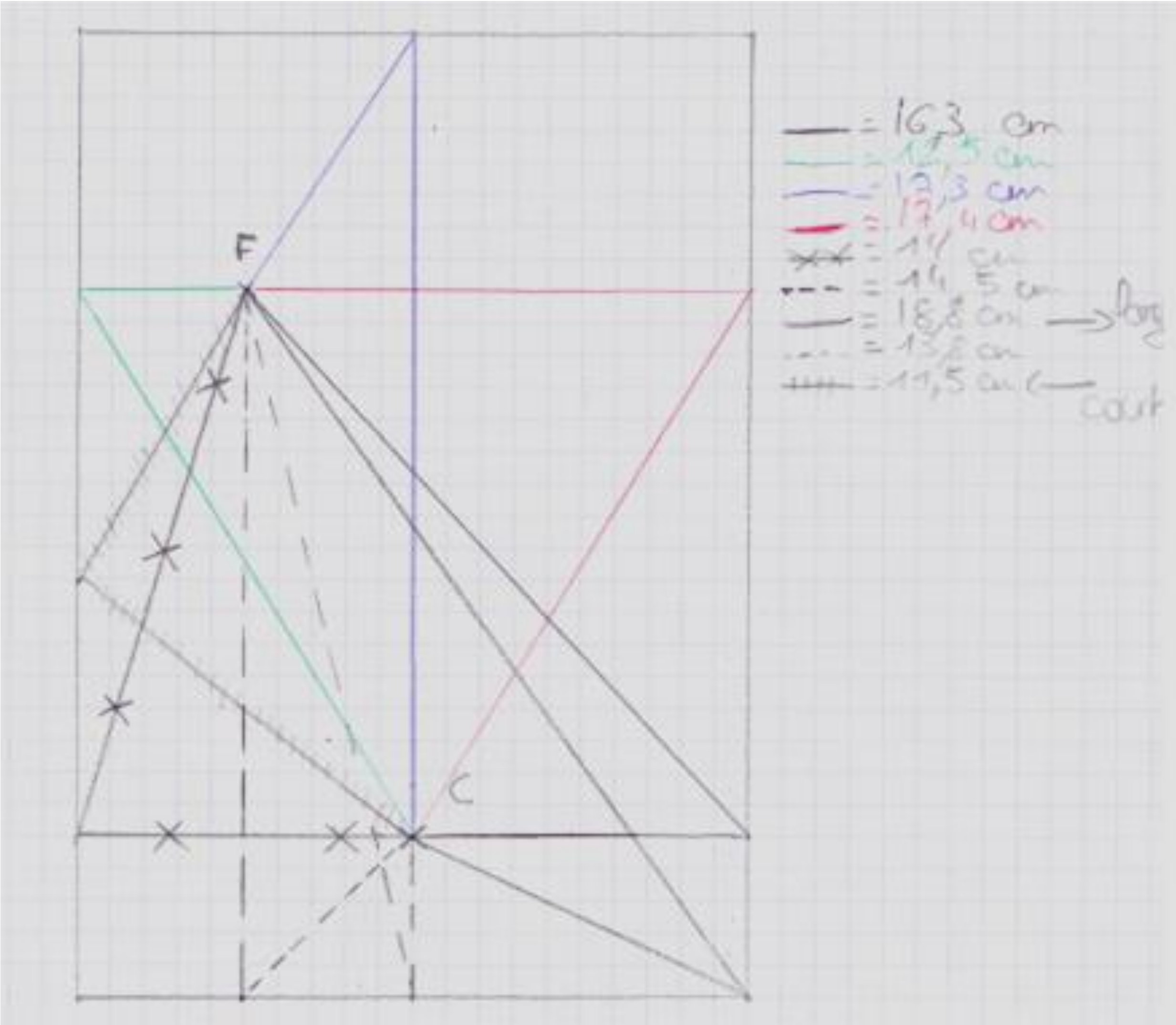
Cas n°1 : La Fourmi est sur un des quatre coins de la feuille.
La Cigale doit alors être derrière le coin opposé. En effet, [CA] est l'hypoténuse du triangle rectangle CBA. C'est donc la plus grande longueur de ce triangle.



Cas n°2 : La Fourmi se situe sur un des quatre côtés de la feuille.
La Cigale est placée de sorte que son trajet forme l'hypoténuse d'un triangle rectangle.



<u>Cas n°3</u> : La Fourmi se situe à un endroit aléatoire de la feuille.
Après avoir placé la Fourmi à un endroit quelconque de la feuille, nous avons placé la Cigale au dos de la feuille et envisagé tous les chemins possibles.

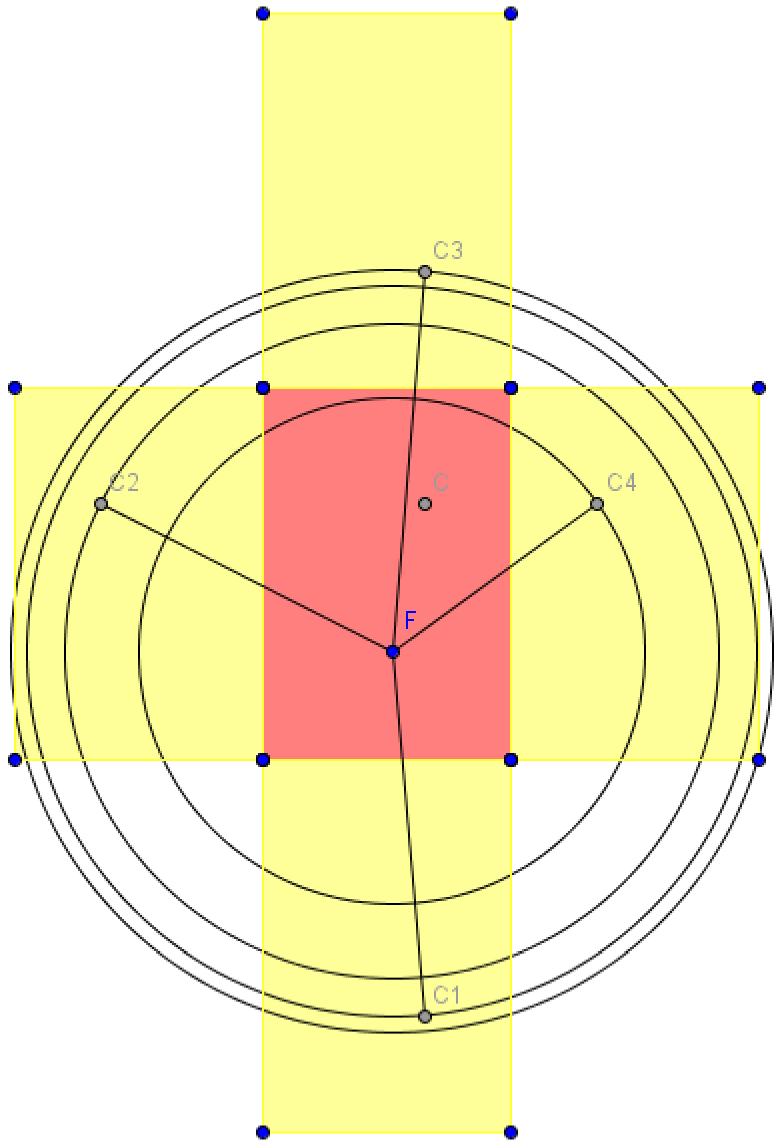


Cette méthode est longue et ne donne pas directement la position de la Cigale. C'est pourquoi, il nous a fallu trouver une méthode plus rapide ; nous avons utilisé pour cela le logiciel de géométrie GeoGebra.

Nos recherches à l'aide du logiciel Geogebra :

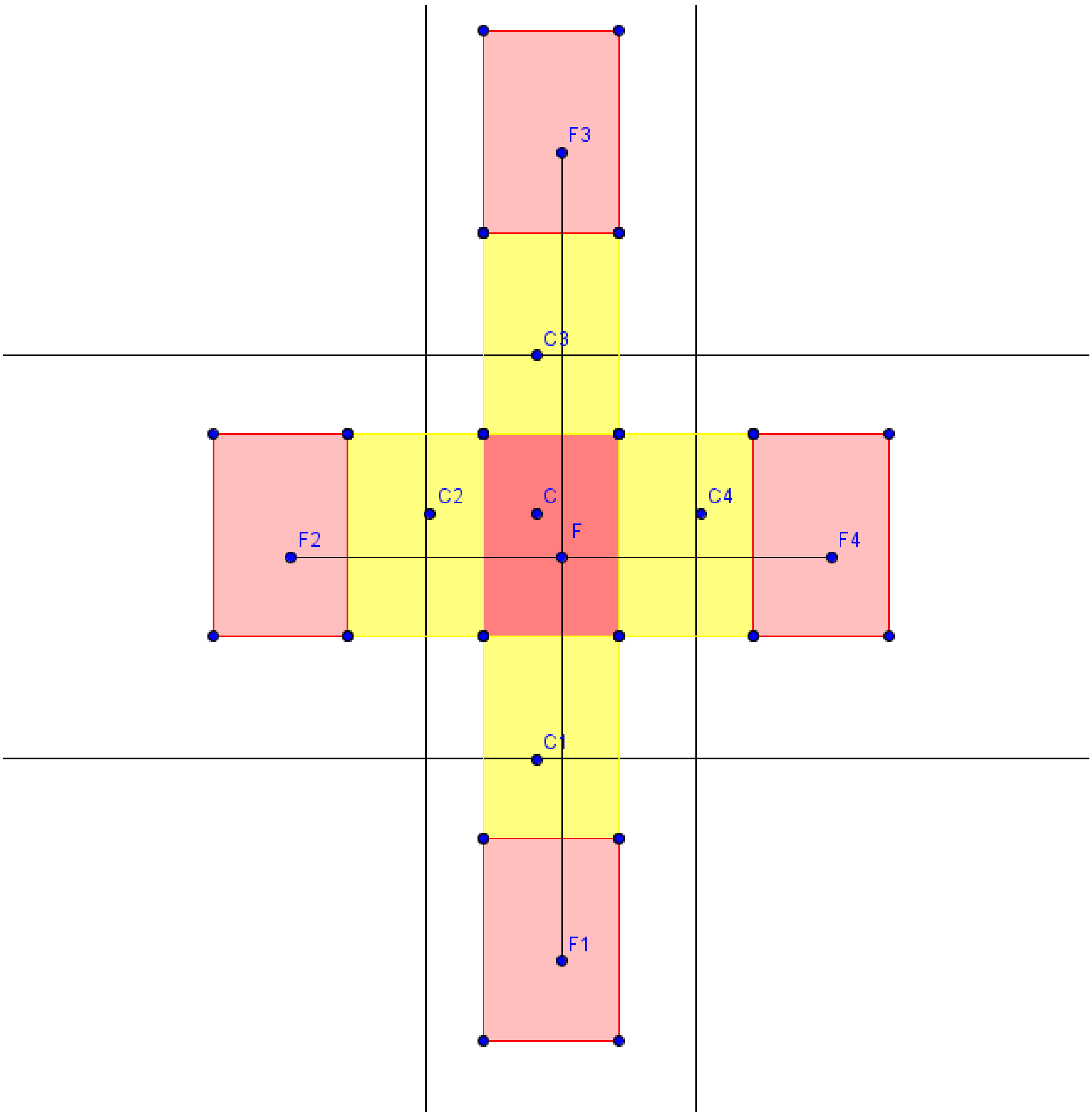
Etape 1 :

- Construire un rectangle symbolisant la face recto de la feuille, puis réaliser ses symétriques par rapport à chacun de ses côtés. Ils représentent le verso de la feuille.
- Placer la fourmi **F** sur la face recto de la feuille (rouge). Placer ensuite la cigale **C** « en transparence » par rapport à la face rouge de la feuille (elle est de l'autre côté de la feuille).
  Tracer les symétriques **C1**, **C2**, **C3** et **C4** de **C** par rapport aux côtés du rectangle, puis tracer les segments [FC1], [FC2], [FC3] et [FC4].
  Cela permet de représenter le chemin le plus court entre la cigale et la fourmi.
- Tracer les 4 cercles de centre F et passant respectivement par **C1**, **C2**, **C3** et **C4.**
- Chercher à ce que le rayon du plus petit cercle soit le plus grand possible. (Nous remarquons que dans ce cas, les trois plus petits cercles sont superposés)



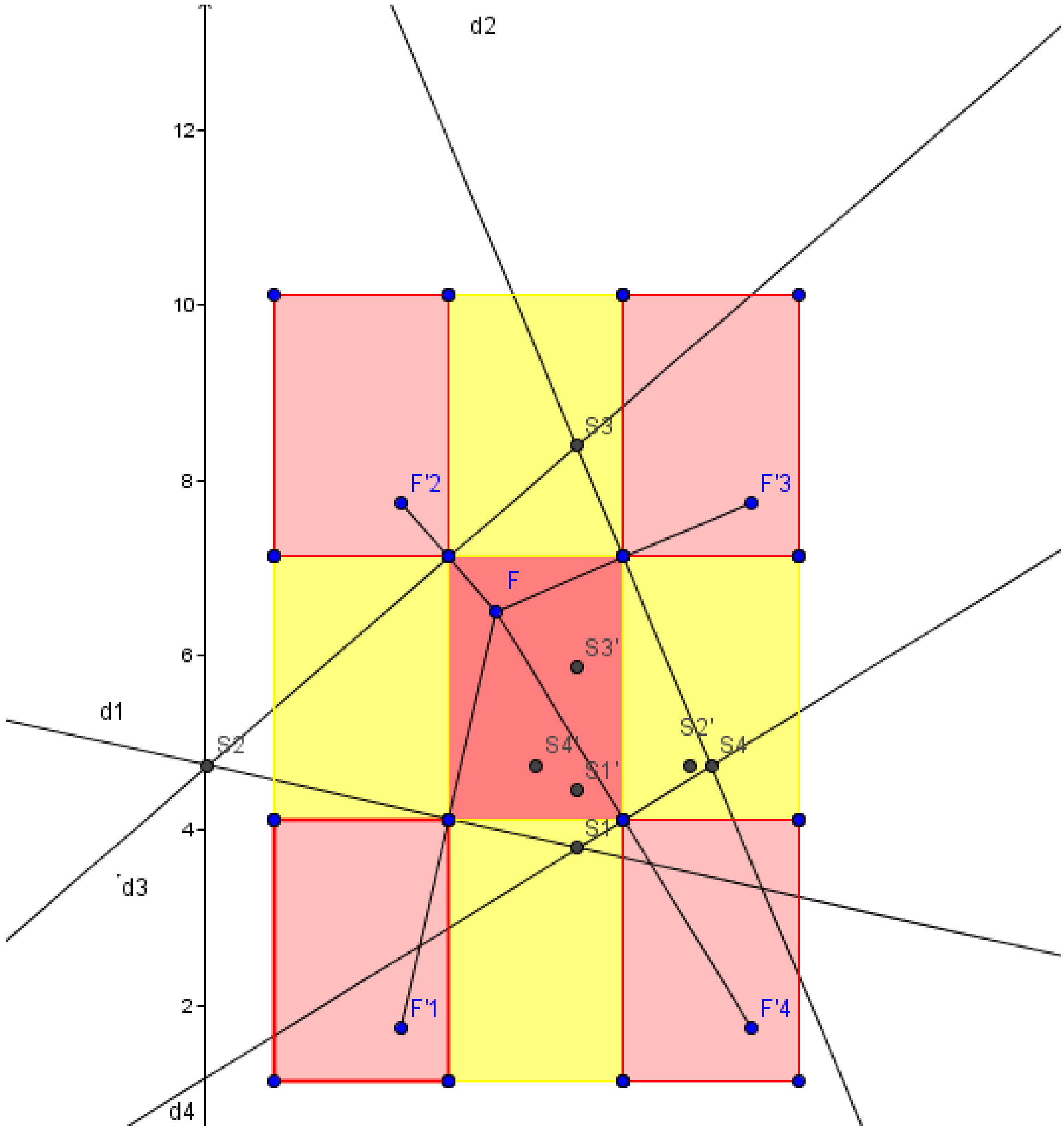
Etape 2 :

- Garder la face rouge et ses symétriques (jaunes).
- Construire les symétriques des faces jaunes par rapport au côté opposé au côté commun qu'elles ont avec le rectangle rouge. (on obtient les rectangles rouges plus clairs)
- Reconstruire **C1**, **C2**, **C3** et **C4** comme dans l'étape 1.
- Pour chaque rectangle jaune, construire le symétrique de **F** par rapport au côté commun avec le rectangle rouge, puis le symétrique de ce dernier par rapport au côté commun avec le rectangle rouge plus clair. On obtient ainsi les points **F1**, **F2**, **F3** et **F4**.
- Construire les segments [FF1], [FF2], [FF3] et [FF4].
- Construire les médiatrices de [FF1], [FF2], [FF3] et [FF4]. Cela nous permettra de trouver les limites pour positionner **C**. Nous remarquons que les limites crées trouvées dans cette étape 2 ne sont utilisables que si d'autres limites sont créées.



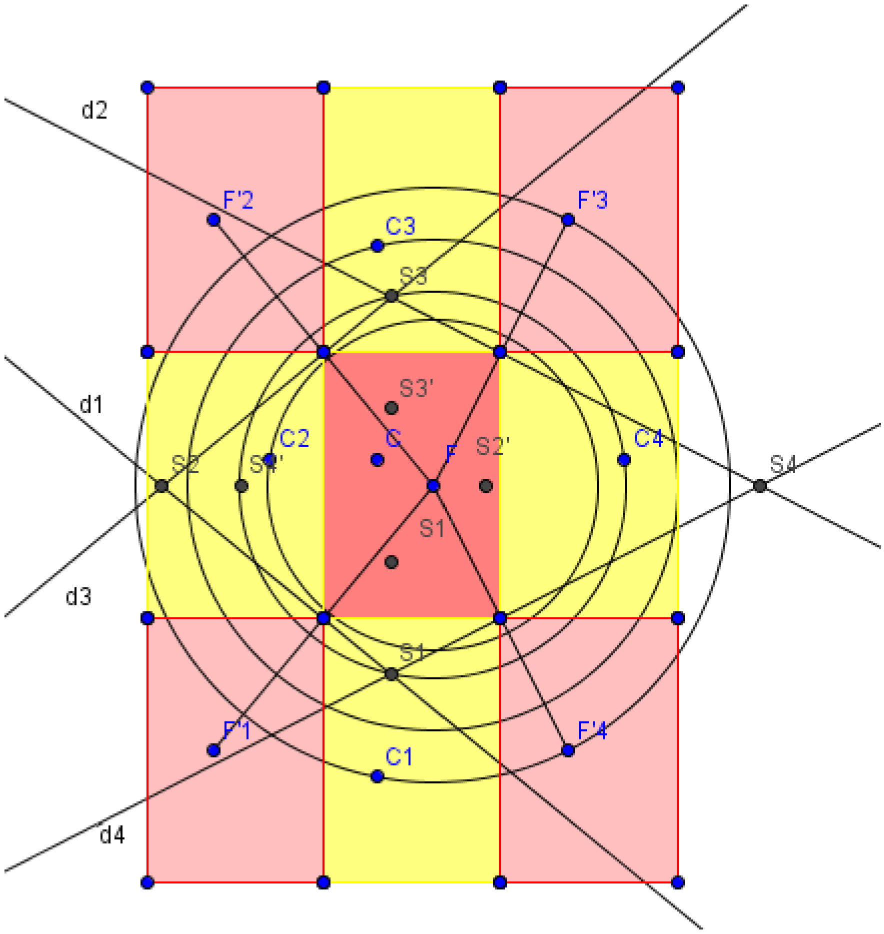
Etape 3 :

- Construire les points **F'1**, **F'2**, **F'3** et **F'4** symétriques de **F** par rapport aux sommets du rectangle rouge.
- Construire les segments [FF'1], [FF'2], [FF'3] et [FF'4], puis tracer les médiatrices leur médiatrice respectivement nommée (d1), (d2), (d3) et (d4).
- Nommer **S1** le point d'intersection de (d1) avec (d4), **S2** le point d'intersection de (d1) avec (d3), **S3** le point d'intersection de (d2) avec (d3) et **S4** le point d'intersection de (d2) avec (d4).
- Construire le point **S'1** symétrique du point **S1** par rapport au côté commun du rectangle rouge et du rectangle jaune sur lequel il se situe. De même, construire **S'2**, **S'3** et **S'4**. (C sera sur l'un des 4 points)



Etape 4 :

- On reprend la même figure que dans l'étape 4.
- On rajoute les points **C1**, **C2**, **C3** et **C4** comme dans l'étape 1.
- On déplace **C** sur **S'1**, **S'2**, **S'3** et **S'4** jusqu'à ce que les trois plus petits cercles soient superposés et aient le plus grand rayon possible.



Conclusion :

Durant l'année, nos recherches nous ont permis d'élaborer le protocole de construction décrit ci-dessus, nous n'avons pas eu le temps de rédiger une démonstration expliquant et justifiant chacune des étapes de ce protocole.